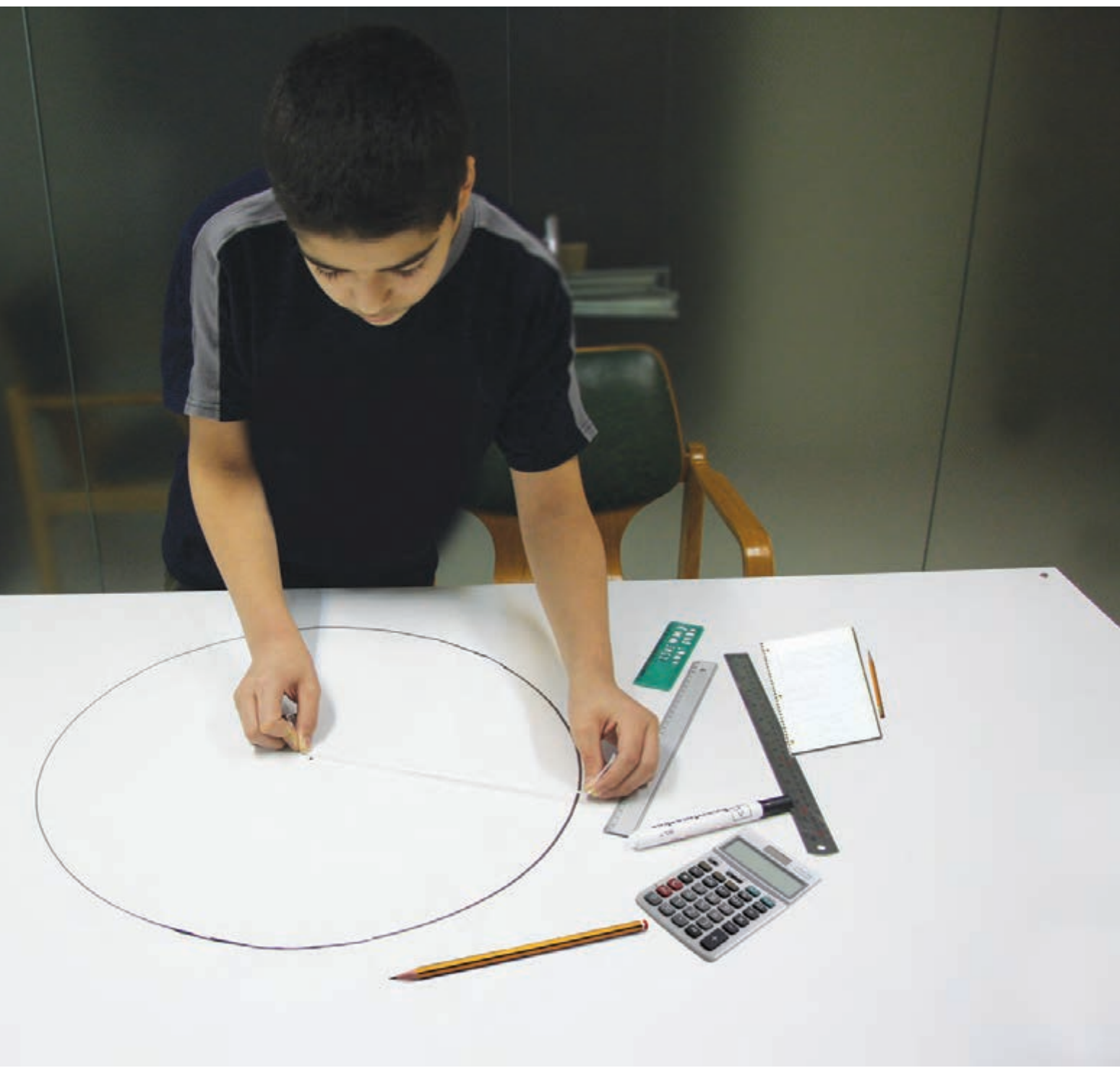


- راهبرد رسم شکل
- راهبرد الگوسازی
- راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب
- راهبرد الگویابی
- راهبرد حدس و آزمایش
- راهبرد زیرمسئله
- راهبرد حل مسئله ساده‌تر
- راهبرد روش‌های نمادین

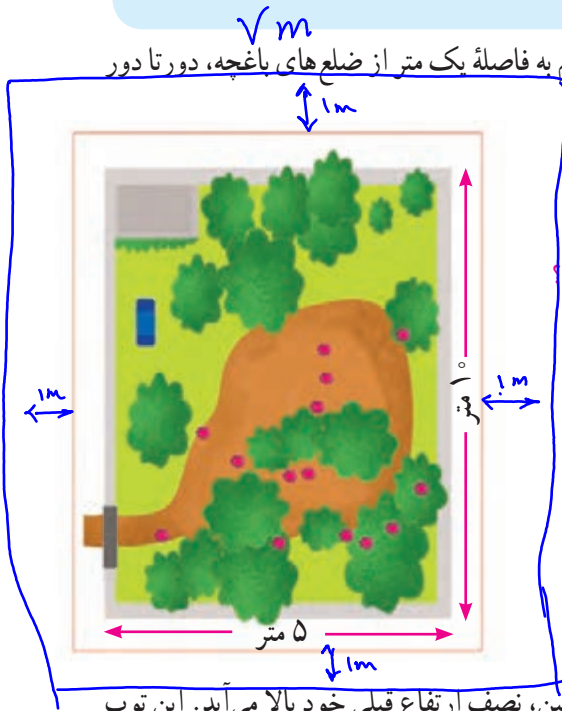
فصل ۱

راهبردهای حل مسئله



راهدرد رسم شکل

کشیدن یک شکل مناسب می تواند به حل مسئله کمک کند یا به طور کامل آن را حل کند؛ به طوری که نیازی به نوشتن عملیات و محاسبه نباشد. گاهی ممکن است شکل را فقط تصور کنید و آن را رسم نکنید. منظور از رسم شکل، نقاشی نیست؛ بلکه می توانید برای این کار شکل های ساده بکشید.



۱- یک باغچه مستطیل شکل به طول ۱۰ و عرض ۵ متر داریم. اگر بخواهیم به فاصله یک متر از ضلع های باغچه، دور تا دور

آن را نرده بکشیم، چند متر نرده لازم است؟

ابتدا یک مستطیل رسم کنید.

دور آن به فاصله یک متر از هر ضلع خط بکشید.

یک مستطیل جدید به وجود می آید. طول و عرض این مستطیل چقدر است؟

$$(12 + 17) \times 2 = 58m$$

۲- تویی از ارتفاع ۱۸ متری سطح زمین رها می شود و پس از برخورد با زمین، نصف ارتفاع قبلی خود بالا می آید. این توپ

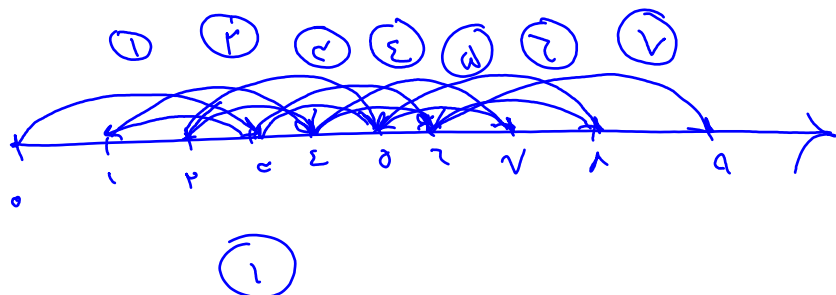
از لحظه رها شدن تا سومین مرتبه ای که به زمین می خورد، چند متر حرکت کرده است؟



$$18 + 9 + 9 + 4,5 + 4,5 = 55 \text{ متر}$$

۳- قورباغه ای می خواهد از یک دیوار بالا برود. او با هر جهش ۳ متر بالا می رود و هر بار ۲ متر سُر می خورد و پایین می آید.

اگر ارتفاع دیوار ۹ متر باشد، او با چند جهش به بالای دیوار می رسد؟





برای حل بعضی از مسئله‌ها باید همه حالت‌های ممکن را بنویسید. برای این که هیچ حالتی از قلم نیفتد، لازم است آنها را با نظم، الگو و ترتیبی مشخص بنویسید. الگوسازی به شما کمک می‌کند تا مطمئن شوید همه حالت‌ها را نوشته‌اید. بنابراین در مسئله‌هایی که لازم است همه جواب‌ها و پاسخ‌های ممکن را بنویسید، می‌توانید از این راهبرد استفاده کنید. با توجه به نظم و ترتیبی که می‌سازید، به این راهبرد، تفکر نظام‌دار نیز می‌گویند.

۱- دو عدد طبیعی پیدا کنید که حاصل ضرب آنها ۲۴ و حاصل جمع آنها کمترین مقدار ممکن باشد. جدول را با نظم و ترتیب کامل کنید.

اولین عدد	دومین عدد	حاصل جمع
۱	۲۴	۲۵
۲	۱۲	۱۴
۳	۸	۱۱
۴	۶	۱۰

کوچک‌ترین عدد طبیعی چیست؟

حاصل ضرب آن در چه عددی ۲۴ می‌شود؟

اکنون عدد طبیعی بعدی را در نظر بگیرید و به همین ترتیب عددها را پیدا کنید.

۲- با انگشتان یک دست به ۵ صورت می‌توان عدد ۱ را نشان داد. به چند صورت می‌توان عدد ۲ را نشان داد؟



حالت ۱
A B C D E

A, B / A, C / A, D / A, E
B, C / B, D / B, E / C, D / C, E /
D, E

۳- با رقم‌های ۲، ۷ و ۵ تمام عددهای سه‌رقمی ممکن را بنویسید (در عددهای شما می‌تواند رقم‌های تکراری هم باشد).

۷۷۵ ۷۲۲ ...
۷۲۵ ۷۲۷ ...

۲۷ عدد

۴- تعداد زیادی سکه ۵۰ و ۱۰۰ تومانی داریم. به چند حالت می‌توان معادل ۵۰۰ تومان درست کرد؟



	۱۰۰	۵۰
	۵	۰
	۴	۲
	۳	۴
	۲	۶
	۱	۸
	۰	۱۰

۱- عددهای ...، ۳، ۲، ۱ را عددهای طبیعی می‌نامند.

راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب



به شرایط و اطلاعات مسئله توجه کنید و حالت‌های نامطلوب و نادرست را کنار بگذارید؛ آن‌گاه پاسخ مسئله یا همان حالت‌های مطلوب به دست می‌آیند. برای پیدا کردن تمام حالت‌های ممکن می‌توانید از راهبرد الگوسازی استفاده کنید. ابتدا فهرستی از تمام حالت‌ها به دست آورید؛ سپس با توجه به شرایط گفته شده در مسئله، حالت‌های نامطلوب را حذف کنید.

۱- مجموع سن سه نفر ۱۴ سال و حاصل ضرب سن آنها 70 است. سن بزرگ‌ترین نفر چقدر است؟
ابتدا با راهبرد الگوسازی، همه حالت‌هایی را که ضرب سه عدد طبیعی برابر 70 می‌شود، بنویسید.
به این جدول چه ستونی باید اضافه کنید تا حالت‌های نامطلوب، حذف شود و فقط حالت مطلوب باقی بماند؟

بیم	نفر سوم	نفر دوم	نفر اول
$72 \times$	70	1	1
$38 \times$	35	2	1
$20 \times$	14	5	1
$18 \times$	10	7	1
$14 \checkmark$	7	2	2

۲- دوست شما یک عدد حسابی کوچک‌تر از 100 را در نظر گرفته است. شما باید با طرح چند سؤال، عدد مورد نظر را پیدا کنید. او فقط می‌تواند به سؤال‌های شما «بله» و «خیر» بگوید. چگونه می‌توان عدد مورد نظر را پیدا کرد؟

در واقع از 0 تا 99 ، 100 عدد وجود دارد که فقط یکی مطلوب و مورد نظر است و باقی عددها نامطلوبند. با این توضیح

کدام یک از سؤال‌های زیر مناسب‌تر است؟ چرا؟

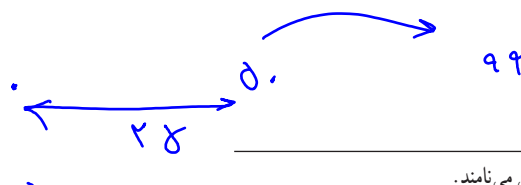
آیا عدد مورد نظر شما 27 است؟

آیا عدد مورد نظر شما یک رقمی است؟

آیا عدد مورد نظر شما زوج است؟

آیا عدد مورد نظر شما از 50 بزرگ‌تر است؟

با توجه به پاسخ‌هایی که به سؤال‌های بالا دادید، یک روش طرح سؤال همراه با نظم و ترتیب بیان کنید که بتوان با پرسیدن آن، به عدد مورد نظر رسید.



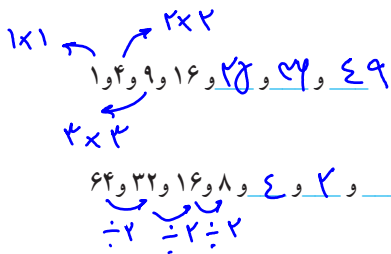
۱- عددهای $0, 1, 2, 3, \dots$ را عددهای حسابی می‌نامند.

در ریاضی با دو نوع الگوی عددی یا هندسی روبه‌رو می‌شویم. کشف الگو، رابطه و نظم موجود بین دنباله‌های عددی یا هندسی کمک می‌کند تا بتوانید خواسته مسئله را به دست آورید. این راهبرد در مسئله‌هایی کاربرد دارد که بین شکل‌ها یا عددها، الگو و رابطه خاصی وجود داشته باشد.

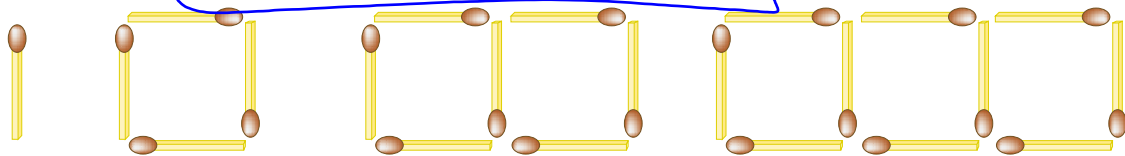
۱- سه عدد بعدی الگوهای زیر را بنویسید. رابطه بین عددها را توضیح دهید.

۲۲ و ۱۹ و ۱۵ و ۱۳ و ۱۰ و ۷ و ۴ و ۱

عددها سه تا سه تا اضافه می‌شوند.



۲- شکل دهم با چند چوب کبریت ساخته می‌شود؟ چرا؟
 $2 \times 10 - 2 = 18$
 شکل دهم: $3 \times 10 - 2$



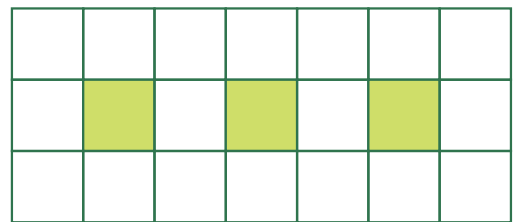
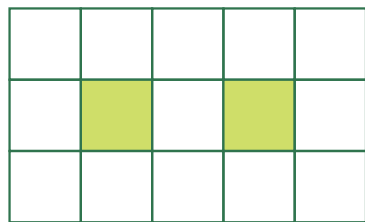
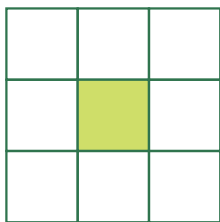
شکل (۱)
۱

شکل (۲)
۴

شکل (۳)
۷

شکل (۴)
۱۰

۳- اگر شکل‌ها به همین ترتیب ادامه پیدا کند، چه کبری از شکل شماره ۶، رنگی خواهد بود؟



شکل (۱)

شکل (۲)

شکل (۳)

سری عددی
 ۱
 ۱
 ۹

۲
 ۱۳
 ۱۵

$(2 \times 6 + 1) \times 3$
 $\frac{2}{13} = \frac{9}{39}$



ممکن است یک مسئله، راه حل مستقیمی نداشته باشد یا راه رسیدن به جواب آن طولانی و دشوار باشد. شما می‌توانید با یک روش منطقی و منظم، پاسخ احتمالی مسئله را حدس بزنید؛ سپس با توجه به شرایط گفته شده در مسئله، حدس خود را بررسی کنید و با توجه به نتیجه به دست آمده حدس بعدی را بزنید تا کم کم به پاسخ مسئله نزدیک شوید. برای نشان دادن حدس‌ها و آزمایش‌های خود راه حل مناسبی پیدا کنید.

۱- ۲۰ دستگاه دوچرخه و سه‌چرخه در یک پارکینگ (توقفگاه) وجود دارد. اگر تعداد کل چرخ‌های آنها ۴۵ عدد باشد، چند دوچرخه و چند سه‌چرخه در توقفگاه وجود دارد؟

تعداد دوچرخه	تعداد سه‌چرخه	بررسی و آزمایش
۱۰	۱۰	$20 + 30 = 50$ X
۱۲	۸	$24 + 24 = 48$ X
۱۵	۵	$30 + 15 = 45$ ✓



در حدس اول تعداد دوچرخه‌ها را ۱۰ و تعداد سه‌چرخه‌ها را هم ۱۰ عدد در نظر بگیرید. با کامل کردن ردیف اول جدول، حدس خود را بررسی و آزمایش کنید. با توجه به نتیجه بررسی، باید تعداد سه‌چرخه‌ها را بیشتر کرد یا دوچرخه‌ها را؟ چرا؟

۲- دو زاویه، متمم‌اند. یکی از این زاویه‌ها ۳ برابر زاویه دیگر است. اندازه هر زاویه را پیدا کنید.

۱۰	۳۰	۴۰	X
۲۰	۶۰	۸۰	X
۳۰	۷۵	۹۰	✓

۳- به جای \blacksquare چه عددی می‌توان قرار داد؟

$$3 \times \blacksquare + 10 = 31$$

$$3 \times 10 + 10 = 40$$

به جای \blacksquare عددهای مختلفی را حدس بزنید. از عدد ۱۰ شروع کنید.

$$3 \times 7 + 10 = 31$$

حدس بعدی شما بیشتر از ۱۰ است یا کمتر از آن؟



مسئله پیچیده و چند مرحله‌ای را به چند مسئله ساده تبدیل کنید. از این زیرمسئله‌ها فهرستی درست کنید؛ سپس به ترتیب به آنها پاسخ دهید. اگر ترتیب زیرمسئله‌ها را درست تشخیص داده باشید، حل هر زیرمسئله به حل مسئله بعدی کمک می‌کند تا در نهایت به خواسته اصلی مسئله برسید.

۱- پس‌انداز هفتگی محمد، ۳۰۰۰۰۰ تومان است. او حساب کرده ۵ هفته پس‌انداز او، نصف قیمت کیفی است که دوست دارد بخرد. قیمت کیف چقدر است؟

$$x \times 300000 = 150000$$

(الف) پس‌انداز ۵ هفته چقدر می‌شود؟

(ب) اگر این عدد نصف قیمت کیف باشد، قیمت کیف چقدر است؟

$$150000 \times 2 = 300000$$

۲- در یک مجتمع مسکونی استخری به طول، عرض و عمق به ترتیب ۱۲، ۶ و ۱/۵ متر وجود دارد. مدیر ساختمان پیشنهاد کرده است که دیوارها و کف استخر ترمیم و بازسازی و سپس رنگ شود. او از یک نقاش خواست تا برآورد کند که انجام این کار چقدر هزینه دارد و به مدیر ساختمان اعلام کند. نقاش‌ها به‌طور معمول بر اساس هر مترمربع برای خودشان دستمزد در نظر می‌گیرند و قیمت رنگ را هم جداگانه حساب می‌کنند.

دیوارها: $12 \times 1/5 = 2.4 \text{ m}^2$

کف: $12 \times 6 = 72 \text{ m}^2$

دیوارها: $6 \times 1/5 = 1.2 \text{ m}^2$

اگر قیمت هر کیلوگرم رنگ ۳۰۰۰۰۰ تومان و دستمزد رنگ کردن هر مترمربع ۲۰۰۰۰۰ تومان باشد و برای رنگ کردن هر مترمربع استخر ۰/۳ کیلوگرم رنگ مصرف شود، هزینه این کار را حساب کنید.

$$124 \times 200000 = 24800000$$

$$72 + 2.4 + 1.2 = 75.6 \text{ m}^2$$

$$124 \times 0.3 = 37.2 \text{ kg}$$

۳- میوه فروشی، پرتقال‌ها را کیلویی ۱۷۵۰۰ تومان می‌فروخت. از او سؤال کردم چگونه قیمت این پرتقال‌ها را تعیین کرده است؟

او پاسخ داد: من از میدان میوه و تره‌بار ۸۰ کیلوگرم پرتقال خریدم کیلویی ۱۲۰۰۰ تومان. حدود ۱۰٪ پرتقال‌ها در حمل و نقل و پس از چند روز ماندن در مغازه خراب می‌شود و از بین می‌رود. حدود ۱۰۰۰۰۰۰ تومان کرایه حمل و نقل از میدان تا مغازه را داده‌ام.

همچنین تجربه نشان می‌دهد که حدود ۴۰۰۰۰۰ تومان از این معامله را باید بابت هزینه‌های جانبی مثل کرایه مغازه، آب، برق و... کنار بگذارم. در این صورت میزان سود این میوه‌فروش از این معامله را حساب کنید.



$$80 \times 175000 = 14000000 \text{ تومان}$$

$$\text{خرید میوه} = 80 \times 120000 = 9600000$$

$$\text{درآمد} = 72 \times 175000 = 12600000$$

$$\begin{matrix} 1000000 \\ 400000 \end{matrix}$$

$$\text{سود خالص} = 11000000$$

$$\text{سود} = \text{درآمد} - \text{خرید} = 14000000 - 9600000 = 4400000$$



برای حل بعضی از مسئله‌ها، ابتدا مسئله‌ای ساده تر را که با مسئله اصلی در ارتباط است، حل می‌کنیم. سپس با استفاده از نتیجه و پاسخ مسئله ساده شده، جواب مسئله اصلی را به دست می‌آوریم. برای ساده کردن مسئله می‌توان از عددهای تقریبی یا عددهای کوچک تر استفاده کرد. برای نتیجه‌گیری و پیدا کردن پاسخ مسئله اصلی، از راهبرد الگویابی استفاده می‌کنیم و الگوی کشف شده در مسئله ساده را به مسئله اصلی مرتبط می‌کنیم.

۱- قطر خورشید 139253° کیلومتر و قطر کره زمین $12756/6$ کیلومتر است. قطر خورشید تقریباً چند برابر قطر زمین

است؟

برای ساده شدن مسئله بهتر است از عددهای ساده تر (برای مثال تقریبی از عدد) استفاده کنید. $139253^{\circ} \approx 1000,000$

خلاصه مسئله ساده شده را بنویسید و پاسخ دهید. $12756/6 \approx 15,000$ برابر



۲- حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{1024} = \frac{1023}{1024}$$

به جای حل کردن عبارت بالا، ابتدا ساده شده این مسئله را حل کنید.

در پاسخ‌ها چه الگو و رابطه‌ای تشخیص می‌دهید که به کمک آن بتوانید پاسخ مسئله اصلی را بدون محاسبه بنویسید؟

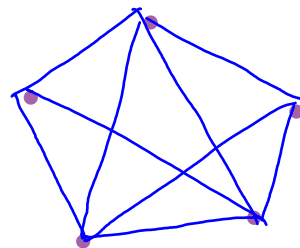
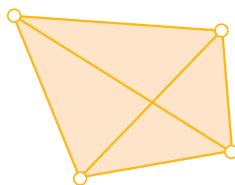
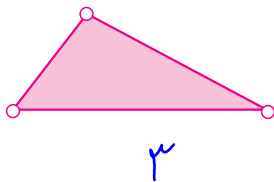
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

۳- اگر 10° نقطه را که هیچ سه‌تای آنها روی یک خط نیستند، دو به دو به هم وصل کنیم، چند پاره خط به وجود می‌آید؟

تعداد پاره خط‌ها در واقع مجموع تعداد ضلع‌ها و تعداد قطر‌هاست.

یک الگو بیابید و برای 10° نقطه نتیجه‌گیری کنید.

$$\frac{10 \times 9}{2} = \frac{10 \times 9}{2} = 45$$





بسیاری از مسئله‌ها را می‌توانیم به کمک نمادهای جبری به یک معادله تبدیل کنیم. از فصل سوم به بعد می‌توانید از این راهبرد نیز برای حل مسئله استفاده کنید. در بعضی از مسئله‌ها هم می‌توانیم از مدل‌سازی هندسی استفاده کنیم. تبدیل مسئله به یک شکل هندسی و حل هندسی آن نیز نوعی روش نمادین یا مدل‌سازی به‌شمار می‌رود.

۱- احمد ۲۰۰۰۰۰ تومان پول داشت. او ۴ دفتر خرید و ۲۰۰۰۰ تومان برایش باقی ماند. قیمت هر دفتر چقدر است؟

$$4 \times \square + 20000 = 200000$$

متن این سؤال را می‌توانید با تساوی مقابل نشان دهید.

مربع، نشان دهنده چه چیزی است؟

اکنون می‌توانید عددی را که باید در مربع قرار گیرد، حدس بزنید و آزمایش کنید.

(در فصل سوم، این مسئله را به روش دیگری حل خواهید کرد.)

۲۵۰۰۰



۲- فاطمه کتاب داستانی را در ۶ ساعت مطالعه کرد و ۱۰ صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب ۱۰۰ صفحه داشته باشد، فاطمه

به‌طور متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟

$$6 \times \bigcirc + 10 = 100$$

$$\frac{15}{95}$$

۳- یک سالن مستطیل‌شکل داریم. می‌خواهیم در مکانی از سقف این سالن، یک دریچه خنک‌کن (مصوب فرهنگستان

به‌عنوان معادل Cooler) قرار دهیم؛ به‌طوری‌که از ۴ گوشه آن به یک اندازه فاصله داشته باشد. محل دریچه را تعیین کنید.

