

فرد، علی، رضا، حسن، کیوان، سپاس

درس سوم: اجتماع، اشتراک و تفاضل مجموعه‌ها

$F = \{ \text{سپاس، احسان، فرشید، حسن، کیوان، رضا} \}$
 $V = \{ \text{سپاس، احسان، فرشید، حسن، علی} \}$

فعالیت

۱- در کلاس درس، علی و رضا عضو هر دو تیم والیبال و فوتبال هستند. سامان، احسان، فرشید و حسین فقط در تیم والیبال و محمد، حسن، کیوان و سبحان فقط در تیم فوتبال بازی می‌کنند. الف) اگر مجموعه دانش‌آموزان عضو تیم والیبال را با V و فوتبال را با F نشان دهیم، این مجموعه‌ها را با نمودار ون نمایش دهید و سپس با عضوهایشان بنویسید.

ب) مجموعه دانش‌آموزانی را که در هر دو تیم عضویت دارند، بنویسید. $\{ \text{علی، رضا} \}$
 ج) مجموعه دانش‌آموزانی را که حداقل در یکی از این دو تیم عضویت دارند، بنویسید. $\{ \text{همه دانش‌آموزان} \}$

۲- دو مجموعه $A = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 6\}$ و $B = \{x \in \mathbb{Z} | -2 \leq x \leq 3\}$ را در نظر بگیرید و مجموعه‌های زیر را با عضوهایشان تشکیل دهید:

الف) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ب) $B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

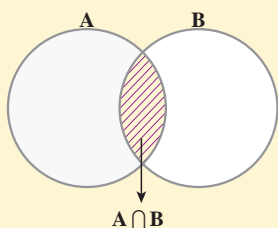
ج) $\{1, 2, 3\}$ = مجموعه عددهایی که در هر دو مجموعه A و B هست

(این مجموعه را اشتراک A و B می‌نامیم و با نماد $A \cap B$ نشان می‌دهیم).

د) $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ = مجموعه عددهایی که حداقل در یکی از دو مجموعه A و B هست

(این مجموعه را اجتماع A و B می‌نامیم و با نماد $A \cup B$ نشان می‌دهیم).

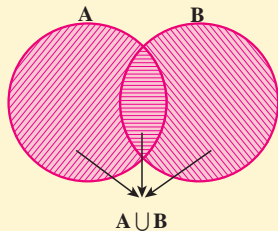
اشتراک دو مجموعه: اشتراک دو مجموعه A و B ، مجموعه‌ای شامل



همه عضوهای است که هم عضو مجموعه A و هم عضو مجموعه B است. این مجموعه را با نماد $A \cap B$ نشان می‌دهیم. در نمودار روبه‌رو قسمت هاشور خورده اشتراک دو مجموعه را نشان می‌دهد.

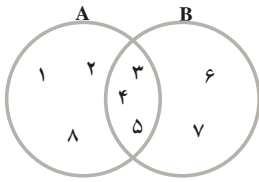
$$A \cap B = \{x | x \in A \text{ و } x \in B\}$$

اجتماع دو مجموعه: اجتماع دو مجموعه A و B ،



مجموعه‌ای است شامل همه عضوهای که حداقل در یکی از دو مجموعه A و B باشند. این مجموعه را با نماد $A \cup B$ نشان می‌دهیم. در نمودار، قسمت هاشور خورده، اجتماع دو مجموعه را نشان می‌دهد.

$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ یا } x \in B\}$$



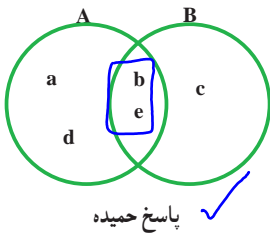
مثال: با توجه به نمودار زیر ابتدا مجموعه‌های A و B را با عضوهایشان می‌نویسیم و سپس $A \cap B$ و $A \cup B$ را تشکیل می‌دهیم:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 8\} \text{ و } B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

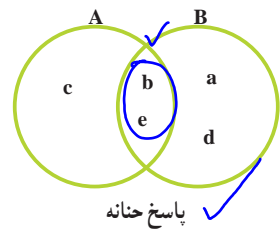
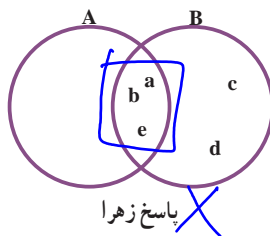
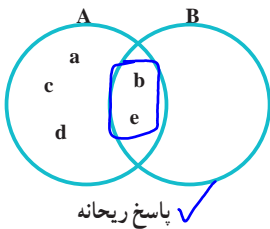
$$A \cap B = \{3, 4, 5\} \text{ , } A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

فعالیت

۱- دو مجموعه $A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$ و $A \cap B = \{b, e\}$ را در نظر بگیرید. از دانش‌آموزان یک کلاس خواسته شده است که با توجه به این دو مجموعه، مجموعه‌های A و B را با نمودارون نمایش دهند. پاسخ چهار دانش‌آموز این کلاس را در زیر می‌بینید:



الف) درباره‌ی درستی یا نادرستی پاسخ این دانش‌آموزان بحث کنید و برای درستی یا نادرستی آنها دلیل بیاورید.



ب) آیا شما هم می‌توانید جواب درست دیگری به این سؤال بدهید؟ پاسخ خود را با پاسخ هم‌کلاسی‌های خود مقایسه کنید.

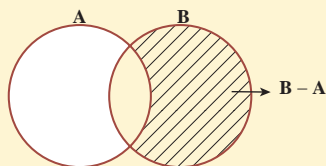
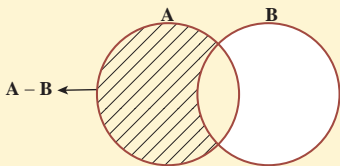
۲- با توجه به اولین فعالیت این درس و ورزشکاران دو تیم والیبال و فوتبال مجموعه‌ای تشکیل دهید که هر عضو آن عضو تیم والیبال باشد، ولی عضو تیم فوتبال نباشد (فقط در تیم والیبال بازی کند). این مجموعه را «V منهای F» می‌نامیم و با نماد $V - F$ نمایش می‌دهیم:

$$V - F = \left\{ \begin{array}{l} \text{حسن} \\ \text{فرید} \end{array} \right\}$$

$$F - V = \left\{ \begin{array}{l} \text{حسن} \\ \text{سجاد} \end{array} \right\}$$

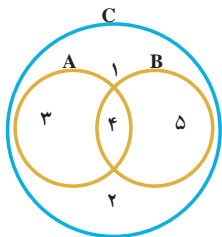
تفاضل دو مجموعه: مجموعه $A - B$ (A منهای B) مجموعه‌ای است شامل همهٔ عضوهایی که عضو مجموعه A هستند؛ ولی عضو مجموعه B نیستند. در شکل زیر مجموعه‌های $A - B$ و $B - A$ هاشور خورده است:

$$A - B = \{x \mid x \in A, x \notin B\}$$



مثال: اگر $A = \{a, b, c, d, e, k\}$ و $B = \{c, d, k, f, s, t\}$ در این صورت:
 $A - B = \{a, b, e\}$ و $B - A = \{f, s, t\}$

کار در کلاس



۱- با توجه به نمودار زیر کدام عبارت، درست و کدام نادرست

است؟

- الف) $A \subseteq C$ ✓ ب) $B \subseteq C$ ✓ ج) $C \subseteq (A \cup B)$ ✗
 د) $(A \cup B) \subseteq C$ ✓ ه) $2 \in (A \cup B)$ ✗ و $4 \notin (A \cap B)$ ✗
 ز) $A \cup B = A$ ✗ ح) $5 \in (A \cup B)$ ✓ ط) $4 \in (A \cup B)$ ✓

۲- مجموعهٔ شمارنده‌های طبیعی عدد ۱۲ را A و مجموعهٔ شمارنده‌های طبیعی عدد ۱۸ را B

$$B - A = \{9, 18\}$$

بنامید. ابتدا A و B را تشکیل و سپس به سؤالات زیر پاسخ دهید:

الف) مجموعه‌ای تشکیل دهید که هر عضو آن، شمارندهٔ ۱۸ باشد؛ ولی شمارندهٔ ۱۲ نباشد.

ب) مجموعه‌ای تشکیل دهید که عضوهای آن، هم شمارندهٔ ۱۲ و هم شمارندهٔ ۱۸ باشد.

۳- مجموعه‌های $(\mathbb{Z} - \mathbb{N})$ ، $(\mathbb{N} - \mathbb{Z})$ و $(\mathbb{W} - \mathbb{N})$ را تشکیل دهید.

$$\{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\} \quad \emptyset \quad \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

قرار داد: تعداد عضوهای هر مجموعه مانند A را با $n(A)$ نمایش می‌دهیم؛ به

عنوان مثال، اگر A مجموعه‌ای k عضوی باشد، می‌نویسیم $n(A) = k$.

مثلاً اگر $A = \{2, 4, 6, 7\}$ در این صورت $n(A) = 4$.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \quad B = \{1, 2, 3, 4, 9, 18\}$$

تمرین

۱- مجموعه‌های $A = \{2, 4, 6, 8, 9\}$ و $B = \{1, 5, 7, 3, 9\}$ و $C = \{1, 7, 10, 11\}$ را در نظر بگیرید؛ سپس هر یک از مجموعه‌های زیر را با عضوهایشان مشخص کنید:

الف) $A \cup B$
 $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

ب) $B \cup C$
 $\{1, 3, 5, 7, 10, 11\}$

ج) $A \cup C$
 $\{2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$

د) $A \cap B$
 $\{9\}$

هـ) $A - B$

و) $C - B$

ز) $(A - C) \cup (B - C)$

ح) $(A \cup B) - C$
 $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

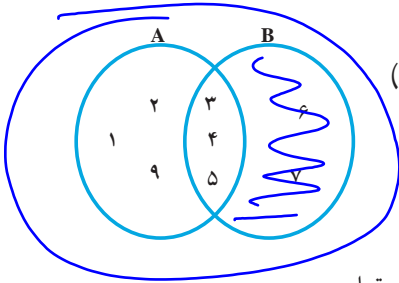
ط) $A \cap A = A$

ی) $A \cap \emptyset = \emptyset$

ک) $B \cup B = B$

ل) $C \cup \emptyset = C$

۲- با توجه به نمودار زیر، عبارتهای درست را با \checkmark و گزاره‌های نادرست را با \times مشخص کنید:



(الف) $(A - B) \cup (A \cap B) = A$ \checkmark $B - A = \{6, 7\}$ \checkmark

(ب) $(A - B) \cup (B - A) = \{1, 2, 6\}$ \times

(ج) $n(A \cup B) = 8$ \checkmark

(د) $n(A - B) = n(B - A)$ \times $A - B = B - A$ \times

۳- کلمات و مجموعه‌های داده شده زیر را در جاهای خالی قرار دهید:

(۱) B (۲) A (۳) اجتماع

(۴) زیرمجموعه (۵) $(A \cup B)$

الف) اشتراک دو مجموعه، زیرمجموعه **اجتماع** همان دو مجموعه است.

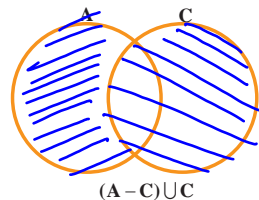
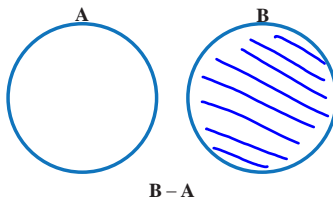
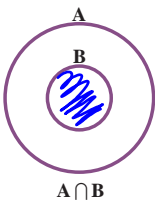
ب) هر یک از دو مجموعه A و B زیرمجموعه $A \cup B$ است.

ج) اشتراک دو مجموعه A و B **زیرمجموعه** هر یک از دو مجموعه A و B است.

د) مجموعه $A - B$ زیرمجموعه مجموعه A است.

هـ) اجتماع دو مجموعه $(A \cap B)$ و $(B - A)$ با مجموعه B مساوی است.

۴- در هر یک از شکل‌های زیر مجموعه موردنظر را هاشور بزنید.



صدا از هم